ЗАДАНИЯ

Задача 1. *(max 3 балла)*

Вычислить рейтинг ***R*** строительной компании R= $\left(\dfrac{tg\dfrac{\pi}{4}}{\log_{243}27}+\dfrac{\log_4 32}{\sqrt{3}\sin\dfrac{\pi}{3}}\right)^2-\left(\dfrac{63}{189}\right)^2$.

Задача 2. *(max 3 баллов)*

В ящике лежит 21 болт. Среди них 8 откидных, 6 приварных, остальные анкерные. Монтажник не глядя выбирает 2 болта. Какова вероятность того, что они оба анкерные?

Задача 3. *(max 3 баллов)*

При рытье котлована под строительство спортивного сооружения была найдена странная тетрадь. В ней было записано 100 утверждений:

В этой тетради ровно одно неверное утверждение

В этой тетради ровно два неверных утверждения

В этой тетради ровно три неверных утверждения

В этой тетради ровно четыре неверных утверждения

……

В этой тетради ровно сто неверных утверждений

Есть ли среди этих утверждение верные и если есть, то какие?

Задача 4. *(max 6 баллов)*

Строительная площадка имеет форму прямоугольного треугольника с катетами ***a*** м и ***b*** м. На ней нужно возвести здание прямоугольной формы в основании, причем стороны основания должны быть параллельны катетам. Найти наибольшую площадь основания возводимого здания.

Задача 5. *(max 6 баллов)*

Судоходная баржа по реке от цементного завода до строительного объекта доходит за 48 часов и возвращается назад за 64 часа. Во сколько раз скорость судоходной баржи больше скорости течения реки?

Задача 6. *(max 9 баллов)*

Найти все пары $(x, y), \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$ удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{5}{f(y)-3} + \dfrac{3}{f(3x+2y)-2} = 6 \\ \big(f(3x+2y)-2\big)\cdot\big(f(y)-3\big) = 3f(y)-9 \end{cases},$$

где f — периодическая функция с периодом $T = 2$, определенная на всей числовой прямой, причём $f(x) = 5 - 5|x-1|$ при $0 \leq x < 2$.

Задача 7. *(max 9 баллов)*

Решить уравнение $\left(1 - 2\sqrt{2}\cos(-t)\right)\cdot\sin(t) + \cos(-t) = 0$.

Задача 8. *(max 9 баллов)*

Решить неравенство $\log_x 64 - 8\log_{x^2}\sqrt{5-3x^2} + 8 \leq 0$.

Задача 9. *(max 12 баллов)*

Найти все значения параметра ***a***, при каждом из которых прямая, заданная уравнением $y = ax + \sqrt{111}$, делит пополам площадь и периметр фигуры, заданной неравенством.

Задача 10. *(max 12 баллов)*

Задан прямой круговой конус с высотой ***H*** и радиусом основания ***R***. Через вершину конуса проведена секущая плоскость. Найти наибольшую площадь сечения и расстояние от центра основания конуса до секущей плоскости.